(Ova stranica je ostavljena prazna)

TRIGONOMETRIJSKI REDOVI

§ 1. Trigonometrijski polinomi

4358. Primenom Ojlerovih formula $\cos x = \dfrac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}$ i $\sin x = \dfrac{e^{ix}-e^{-ix}}{2}$ dokazati da se funkcije $\sin^n x$ i $\cos^n x$ mogu predstaviti u obliku trigonometrijskih polinoma n-tog reda.

4359. Dokazati relacije

$$\int_0^{2\pi} \sin^n x \cos mx\, dx = \int_0^{2\pi} \sin^n x \sin mx\, dx = \int_0^{2\pi} \cos^n x \cos mx\, dx =$$

$$= \int_0^{2\pi} \cos^n x \sin mx\, dx = 0, \text{ ako je } m > n \text{ (} m \text{ i } n \text{ su celi brojevi).}$$

4360. Pokazati da se svaki trigonometrijski polinom n-tog reda, koji sadrži samo članove sa kosinusima, može predstaviti u obliku $P(\cos\varphi)$, pri čemu je $P(x)$ polinom n-tog stepena po x.

4361. Pomoću Ojlerovih formula (vidi zadatak 4358) dokazati relaciju

$$\cos\varphi + \cos 2\varphi + \cdots + \cos n\varphi = \frac{\sin\dfrac{n\varphi}{2}\cos\dfrac{(n+1)\varphi}{2}}{\sin\dfrac{\varphi}{2}}.$$

4362. Dokazati relacije:

1) $\cos\varphi + \cos 3\varphi + \cdots + \cos(2n-1)\varphi = \dfrac{\sin 2n\varphi}{2\sin\varphi}$;

2) $\sin\varphi + \sin 2\varphi + \cdots + \sin n\varphi = \dfrac{\sin\dfrac{n}{2}\varphi \sin\dfrac{n+1}{2}\varphi}{\sin\dfrac{\varphi}{2}}$.

4363. Naći nule trigonometrijskih polinoma

$$\sin\varphi + \sin 2\varphi + \cdots + \sin n\varphi$$

i

$$\cos\varphi+\cos 2\varphi+\cdots+\cos n\varphi$$

u intervalu $[0,\ 2\pi]$.

4364. Pokazati da trigonometrijski polinom

$$\sin\varphi+\frac{\sin 2\varphi}{2}+\cdots+\frac{\sin n\varphi}{n}$$

u intervalu $[0,\ \pi]$ ima maksimume u tačkama $\frac{\pi}{n+1},\ 3\frac{\pi}{n+1},\ \ldots,\ (2q-1)\frac{\pi}{n+1}$ i minimume u tačkama $\frac{2\pi}{n},\ 2\cdot\frac{2\pi}{n},\ \ldots,\ (q-1)\frac{2\pi}{n}$, pri čemu je $q=\frac{n}{2}$ ako je n paran, i $q=\frac{n+1}{2}$ ako je n neparan broj.

4365*. Dokazati da trigonometrijski polinom bez slobodnog člana

$$\Phi_n(\varphi)=a_1\cos\varphi+b_1\sin\varphi+\cdots+a_n\cos n\varphi+b_n\sin n\varphi$$

koji nije identički jednak nuli, ne može zadržati isti znak za sve vrednosti.

§ 2. Furije-ovi redovi

4366. Uveriti se da je funkcija $y=\begin{cases} x^3\sin\frac{1}{x} & \text{za } x\neq 0 \\ 0 & \text{za } x=0, \end{cases}$ kao god i njen prvi izvod, u intervalu $[-\pi,\ \pi]$ neprekidna, ali ne zadovoljava uslove Dirihle-ova stava. Može li se ona razviti u Furije-ov red u intervalu $[-\pi,\ \pi]$?

Rešiti zadatke 4367—4371 pretpostavljajući da je $f(x)$ neprekidna funkcija.

4367. Funkcija $f(x)$ zadovoljava uslov $f(x+\pi)=-f(x)$. Dokazati da su svi njeni parni Furije-ovi koeficijenti jednaki nuli ($a_0=a_2=b_2=a_4=b_4=\cdots=0$).

4368. Funkcija $f(x)$ zadovoljava uslov $f(x+\pi)=f(x)$. Dokazati da su svi njeni neparni Furije-ovi koeficijenti jednaki nuli.

4369. Funkcija $f(x)$ zadovoljava uslove: $f(-x)=-f(x)$ i $f(x+\pi)=-f(x)$. Dokazati da je $b_1=b_2=b_3=\cdots=0$ i $a_0=a_2=a_4=\cdots=0$.

4370. Funkcija $f(x)$ zadovoljava uslove

$$f(-x)=-f(x) \quad \text{i} \quad f(x+\pi)=-f(x).$$

Dokazati da je $a_0=a_1=a_2=\cdots=0$ i $b_2=b_4=b_6=\cdots=0$.

4371. Funkcija $f(x)$ zadovoljava uslove:

a) $f(-x)=f(x)$ i $f(x+\pi)=f(x)$;

b) $f(-x)=-f(x)$ i $f(x+\pi)=f(x)$.

Koji će od Furije-ovih koeficijenata biti jednaki nuli?

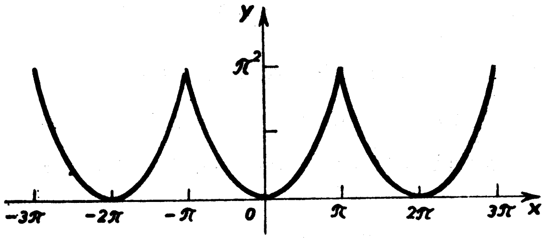
4372. Razviti u Furije-ov red funkciju $f(x)=\begin{cases}-1 & \text{za } -\pi<x<0,\\ 1 & \text{za } \quad 0<x<\pi.\end{cases}$

4373. Razviti u sinusni red funkciju $y=\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}$ u intervalu $(0, \pi)$.

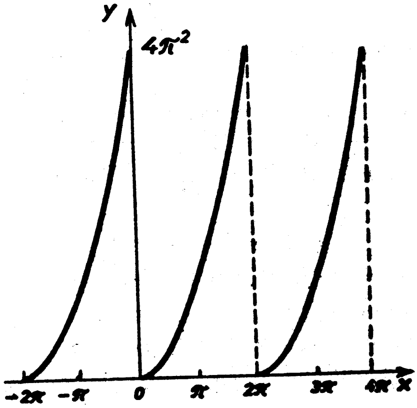
4374. Koristeći rezultate zadataka 4372 i 4373 razviti u Furije-ov red funkcije $y=x$ i $y=\frac{\pi-x}{2}$. Odrediti intervale u kojima će važiti dobijeni rezultati.

4375. Razviti funkciju $y=\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}$ u intervalu $(0,\pi)$ u kosinusni red.

4376. Razviti funkciju $y=x^2$ u Furije-ov red: 1) u intervalu $(-\pi, \pi)$, 2) u intervalu $(0, 2\pi)$ (Sl. 72 i 73).



Sl. 72



Sl. 73

Pomoću dobijenih rezultata naci zbirove numeričkih redova:

$$S_1=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}+\cdots,$$

$$S_2=1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}-\cdots+(-1)^{n-1}\frac{1}{n^2}+\cdots,$$

$$S_3=1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)^2}+\cdots$$

U zadacima 4377—4390 razviti u Furije-ov red date funkcije u datim intervalima.

4377. Funkciju $y=x^2$ u intervalu $(0, \pi)$ u sinusni red.

4378. Funkciju x^3 u intervalu $(-\pi, \pi)$.

4379. Funkciju $f(x)=\begin{cases} 1 \text{ za } -\pi<x<0, \\ 3 \text{ za } \quad 0<x<\pi. \end{cases}$

4380. Funkciju $f(x)=\begin{cases} 1 \text{ za } 0<x<h \\ 0 \text{ za } h<x<\pi \end{cases}$ u kosinusni red $(0<h<\pi)$.

4381. Neprekidnu funkciju $f(x)=\begin{cases} 1 \text{ za } x=0, \\ 0 \text{ za } 2h<x<\pi, \end{cases}$ i linearnu u intervalu $(0, 2h)$, — u kosinusni red. $\left(0<h<\dfrac{\pi}{2}\right)$.

4382. Funkciju $|x|$ u intervalu $(-l, l)$.

4383. Funkciju e^x-1 u intervalu $(0, 2\pi)$.

4384. Funkciju e^x u intervalu $(-l, l)$.

4385. Funkciju $\cos ax$ u intervalu $(-\pi, \pi)$ (a je neceo broj).

4386. Funkciju $\sin ax$ u intervalu $(-\pi, \pi)$ (a je neceo broj).

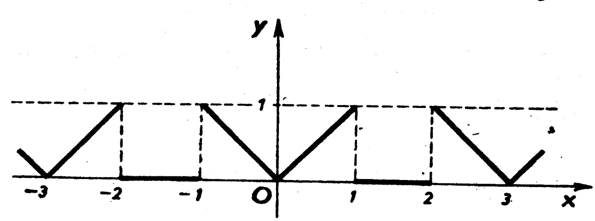
4387. Funkciju $\sin ax$ (a je ceo broj) u intervalu $(0, \pi)$ u kosinusni red.

4388. Funkciju $\cos ax$ (a je ceo broj) u intervalu $(0, \pi)$ u sinusni red.

4389. Funkciju $\operatorname{sh} ax$ u intervalu $(-\pi, \pi)$.

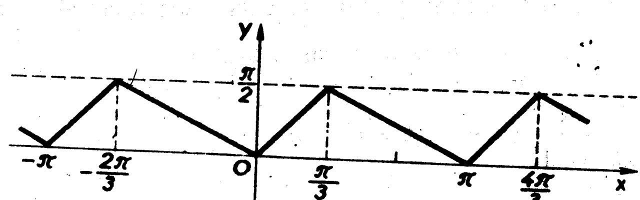
4390. Funkciju $\operatorname{ch} x$ u intervalu $(0, \pi)$ u kosinusni red i u sinusni red.

4391. Razviti u Furije-ov red funkciju definisanu grafikom na sl. 74.



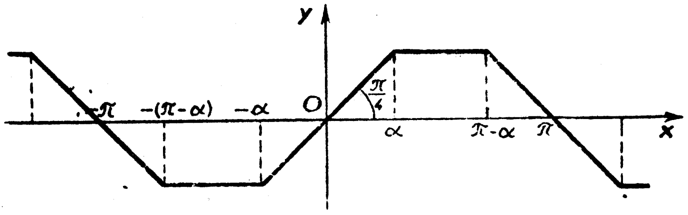
Sl. 74

4392*. Razviti u Furije-ov red funkciju definisanu grafički na sl. 75.

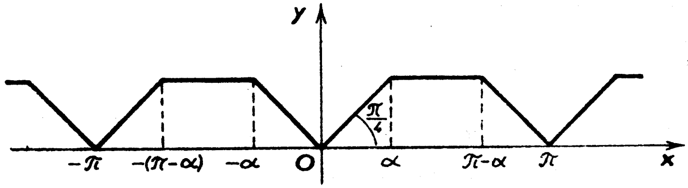


Sl. 75

4393*. Razviti u Furije-ov red funkcije čiji su grafici prikazani na sl. 76 i 77.



Sl. 76



Sl. 77

4394. Razviti funkciju $x(\pi-x)$ u sinusni red u intervalu $(0, \pi)$, i koristeći dobijeni rezultat naći zbir reda

$$1-\frac{1}{3^3}+\frac{1}{5^3}-\frac{1}{7^3}+\cdots+\frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}+\cdots$$

4395. Data je funkcija $\varphi(x)=(\pi^2-x^2)^2$.

a) Uveriti se da ova funkcija zadovoljava jednakosti:

$$\varphi(-\pi)=\varphi(\pi),\ \varphi'(-\pi)=\varphi'(\pi) \text{ i } \varphi''(-\pi)=\varphi''(\pi)$$

$$[\text{ali } \varphi'''(-\pi)\neq\varphi'''(\varphi)].$$

b) Koristeći dobijene jednakosti razviti funkciju $\varphi(x)$ u Furije-ov red u intervalu $(-\pi, \pi)$.

c) Izračunati zbir reda

$$1-\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}-\frac{1}{4^4}+\cdots+\frac{(-1)^{n-1}}{n^4}+\cdots$$

§ 3. Krilovljev metod. Harmonijska analiza

U zadacima 4396—4399 poboljšati konvergenciju datih trigonometrijskih redova povišavajući red veličine (brzinu teženja nuli) njihovih koeficijenata do onog stepena k $\left(\text{od } \frac{1}{n}\right)$ koji je naveden u zagradi.

4396*. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^3+1}\sin nx \quad (k=4).$

4397*. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2+1}\sin nx \quad (k=2).$

4398*. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^4+1} \cos nx \quad (k=4).$

4399*. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{n \sin \frac{n\pi}{2}}{n^2-1} \cos nx \quad (k=5).$

4400. Funkcije $f_i(x)$ $(i=1, 2, 3)$ definisane su u intervalu $[0\ 2\pi]$ sledećom tablicom:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
$f_1(x)$	27	32	35	30	26	20	18	22	26	30	32	36
$f_2(x)$	0,43	0,87	0,64	0,57	0,28	0	−0,30	−0,64	−0,25	0,04	0,42	0,84
$f_3(x)$	2.3	3,2	2 1	1,6	−0,4	—0,2	−0,4	0,3	0,7	0,9	1,2	1,6

Naći približni analitički izraz za ove funkcije u obliku trigonometrijskog polinoma drugog reda.

(Ova stranica je ostavljena prazna)

REZULTATI

4358. $\sin^{2k} x = \dfrac{C_{2k}^{k}}{2^{2k}} + \dfrac{(-1)^k}{2^{2k-1}} \,[\cos 2kx - C_2^1 \cos(2k-2)x + C_{2k}^2 \cos(2k-4)x - \cdots +$

$+ (-1)^{k-1} C_{2k}^{k-1} \cos 2x];$

$$\sin^{2k+1} x = \frac{(-1)^k}{2^{2k}} \,[\sin(2k+1)x - C_{2k+1}^1 \sin(2k-1)x + C_{2k+1}^2 \sin(2k-3)x - \cdots +$$

$(-1)^k C_{2k+1}^k \sin x];$

$$\cos^{2k} x = \frac{C_{2k}^k}{2^{2k}} + \frac{1}{2^{2k-1}} \,[\cos 2kx + C_{2k}^1 \cos(2k-2)x + C_{2k}^2 \cos(2k-4)x + \cdots +$$

$+ C_{2k}^{k-1} \cos 2x];$

$$\cos^{2k+1} x = \frac{1}{2^{2k}} \,[\cos(2k+1)x + C_{2k+1}^1 \cos(2k-1)x + C_{2k+1}^2 \cos(2k-3)x + \cdots +$$

$+ C_{2k+1}^k \cos x]\,.$

4360. $\cos nx = \cos^n x - C_n^2\, x \sin^2 x + C_n^4 \cos^{n-4} x \sin^4 x \ldots$

Pošto $\sin x$ ulazi u red samo u vidu stepena sa parnim izložiocima, to se $\cos nx$ može izraziti racionalno pomoću $\cos x$.

4363. 1) $\varphi=\nu\frac{2\pi}{n}$ i $\varphi=\nu\frac{2\pi}{n+1}$, pri čemu je $\nu=0, 1, 2, \ldots, n$;

2) $\varphi=\nu\frac{2\pi}{n}$, pri čemu je $\nu=1, 2,\ldots, n-1$ ako je n neparan, a $\nu=1, 2,\ldots, n$ ako je n paran broj, i $\varphi=(2\nu-1)\frac{\pi}{n+1}$, pri čemu je $\nu=1, 2, \ldots n+1$.

4365*. Imati u vidu da je $\int\limits_0^{2\pi}\Phi_n(\varphi)\,d\varphi=0$.

4366. Da.

4371. a) $b_1=a_2=b_3=\cdots=0$ i $a_1=a_3=a_5=\cdots=0$;

b) $a_0=a_1=a_2=\cdots=0$ i $b_1=b_3=b_5=\cdots=0$.

4372. $\frac{\pi}{4}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{\sin(2n+1)x}{2n+1}$. **4373.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin 2nx}{2n}$.

4374. $x=2\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\sin nx}{n}(-\pi, \pi)$; $\frac{\pi-x}{2}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n}(0, 2\pi)$.

4375. $\frac{2}{\pi}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{\cos(2n+1)x}{2n+1)^2}$.

4376. 1) $\frac{\pi^2}{3}+4\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\cos nx}{n^2}$; 2) $\frac{4\pi^2}{3}+4\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx}{n^2}-4\pi\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n}$;

$S_1=\frac{\pi^2}{6}$. $S_2=\frac{\pi^2}{12}$, $S_3=\frac{\pi^2}{8}$.

4377. $\frac{2}{\pi}\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left\{\frac{\pi^2}{n}+\frac{2}{n^3}[(-1)^n-1]\right\}\sin nx$.

4378. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{12}{n^2}-\frac{2\pi^2}{n}\right)\sin nx$.

4379. $2+\frac{4}{\pi}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{\sin(2n+1)x}{2n+1}$. **4380.** $\frac{2h}{\pi}\left[\frac{1}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nh}{nh}\cos nx\right]$.

4381. $\frac{2h}{\pi}\left[\frac{1}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\sin nh}{nh}\right)^2\cos nx\right]$.

4382. $\frac{l}{2}-\frac{4l}{\pi^2}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{\cos\left[\frac{(2n+1)\pi x}{l}\right]}{(2n+1)^2}$.

4383. $\frac{e^{2\pi}-1}{\pi}\left[\frac{1}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\cos nx}{1+n^2}-\frac{n\sin x}{1+n^2}\right)\right]$

4384. $$\frac{e^l-e^{-l}}{2l}+l(l-e^{-l})\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos\frac{n\pi x}{l}}{l^2+n^2\pi^2}+\pi(e^l-e^{-l})\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}n\sin\frac{n\pi x}{l}}{l^2+n^2\pi^2}=$$

$$=\operatorname{sh} l\left[\frac{1}{l}+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{l\operatorname{sos}\frac{n\pi x}{l}-\pi n\sin\frac{n\pi x}{l}}{l^2+n^2\pi^2}\right].$$

4385. $$\frac{2\sin\pi a}{\pi}\left(\frac{1}{2a}+\frac{a\cos x}{1-a^2}-\frac{a\cos 2x}{2^2-a^2}+\cdots\right).$$

4386. $$\frac{2\sin\pi a}{\pi}\left(\frac{\sin x}{1-a^2}-\frac{2\sin 2x}{2^2-a^2}+\frac{3\sin 3x}{3^2-a^2}-\cdots\right).$$

4387. $$\sin ax=\begin{cases}\dfrac{4a}{\pi}\left[\dfrac{\cos x}{a^2-1}+\dfrac{\cos 3x}{a^2-3^2}+\dfrac{\cos 5x}{a^2-5^2}+\cdots\right] & \text{ako je } a \text{ paran broj.}\\[2ex] \dfrac{4a}{\pi}\left[\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{\cos 2x}{a^2-2^2}+\dfrac{\cos 4x}{a^2-4^2}+\cdots\right] & \text{ako je } a \text{ neparan broj.}\end{cases}$$

4388. $$\cos ax=\begin{cases}-\dfrac{4}{\pi}\left[\dfrac{\sin x}{a^2-1^2}+\dfrac{3\sin 3x}{a^2-3^2}+\dfrac{5\sin 5x}{a^2-5^2}+\cdots\right] & \text{ako je } a \text{ paran broj.}\\[2ex] -\dfrac{4}{\pi}\left[\dfrac{2\sin 2x}{a^2-2^2}+\dfrac{4\sin 4x}{a^2-4^2}+\dfrac{6\sin 6x}{a^2-6^2}+\cdots\right] & \text{ako je } a \text{ neparan broj.}\end{cases}$$

4389. $$\frac{2\operatorname{sh} a\pi}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{a^2+n^2}\sin nx.$$

4390. $$\frac{\operatorname{sh}\pi}{\pi}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\cos nx}{1+n^2}\right];\quad \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-(-1)^n\operatorname{ch}\pi}{1+n^2}\,n\sin nx.$$

4391. $$f(x)=\frac{1}{3}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\sin\frac{2\pi n}{3}}{n}-\frac{3\left(1-\cos\frac{2\pi n}{3}\right)}{2\pi n^2}\right]\cos\frac{2\pi nx}{3}=$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}}{\pi}\left(\frac{\cos\frac{2\pi x}{3}}{1}-\frac{\cos\frac{4\pi x}{3}}{2}+\frac{\cos\frac{8\pi x}{3}}{4}-\cdots\right)-$$

$$-\frac{9}{2\pi^2}\left(\frac{\cos\frac{2\pi x}{3}}{1^2}+\frac{\cos\frac{4\pi x}{3}}{2^2}+\frac{\cos\frac{8\pi x}{3}}{4^2}+\cdots\right).$$

4392*. $$f(x)=\frac{\pi}{6}+\frac{3}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi}{3}}{n^2}\left(\cos\frac{n\pi}{3}\sin 2nx-\sin\frac{n\pi}{3}\cos 2nx\right)=$$

$$=\frac{\pi}{6}+\frac{3\sqrt{3}}{8\pi}\left(\frac{\sin 2x}{1^2}-\frac{\sin 4x}{2^2}+\frac{\sin 8x}{4^2}-\frac{\sin 10x}{5^2}+\cdots\right)-$$

$$-\frac{9}{8\pi}\left(\frac{\cos 2x}{1^2}+\frac{\cos 4x}{2^2}+\frac{\cos 8x}{4^2}+\frac{\cos 10x}{5^2}+\cdots\right).$$

Iskoristiti rezultat zadatka 4368.

4393*. 1) $f(x)=\frac{4}{\pi}\left(\frac{\sin\alpha\cdot\sin x}{1^2}+\frac{\sin 3\alpha\cdot\sin 3x}{3^2}+\cdots\right)$

2) $f(x)=\frac{\alpha(\pi-\alpha)}{\pi}-\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-\cos 2n\alpha}{n^2}\cos 2nx=$

$$=\frac{\alpha(\pi-\alpha)}{\pi}-\frac{2}{\pi}\left(\frac{\sin^2\alpha\cdot\cos 2x}{1^2}+\frac{\sin^2 2\alpha\cdot\cos 4x}{2^2}+\cdots\right).$$

Iskoristiti rezultat zadatka 4371.

4394. $\frac{8}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^3}$; $\frac{\pi^3}{32}$.

4395. $\frac{8}{15}\pi^4-48\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\cos nx}{n^4}$; c) $\frac{7}{720}\pi^4$.

4396*. $\frac{\pi-x}{2}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n(n^3+1)}$ (Vidi zadatak 4374.

4397*. $\frac{x}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n-1}{n(n^2+1)}\sin nx$ (Vidi zadatak 4374).

4398*. $\frac{(\pi-x)^2}{4}-\frac{\pi^2}{12}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2-1}{n^2(n^4+1)}\cos nx$.

Diferencirati red i iskoristiti rešenje zadatka 4374 i obrazac $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$ (Vidi zadatak 4376).

4399. $\frac{\pi^3}{32}+\frac{\pi}{4}-\frac{\pi x^2}{8}-2\cos x+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n\frac{\pi}{2}}{n^3(n^2-1)}\cos nx\left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\right)$;

Iskoristiti red $\frac{\pi}{4}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{\pi n}{2}}{n}\cos nx$ $\left(\text{Vidi zadatak 4380 za } h=\frac{\pi}{2}\right)$ i obrazac $\sum\frac{(-1)^{n-1}}{n^3}=\frac{\pi^3}{32}$ (Vidi zadatak 4394)

4400. $f_1(x)\approx 27{,}8+6{,}5\cos x-0{,}1\sin x-3{,}2\cos 2x+0{,}1\sin 2x$;

$f_2(x)\approx 0{,}24+0{,}55\cos x+0{,}25\sin x-0{,}08\cos 2x-0{,}13\sin 2x$;

$f_3(x)\approx 0{,}12+1{,}32\cos x+0{,}28\sin x-0{,}07\cos 2x+0{,}46\sin 2x$.